

Задачи с параметром: практика

demidmath.com · Telegram: @demidmath

18 задач: 6 отдельных действий, 6 применения, 4 составных, 2 на выбор метода. Записывай решения в тетради. Переводы и последовательные подсказки доступны в кабинете; полные решения — в отдельном файле.

1–6 · Отдельные действия

Aufgabe 1

Für $a \in \mathbb{R}$ sei $f_a(x) = ax^3 - 2a$. Bestimmen Sie die Ableitung nach x und berechnen Sie $f'_a(2)$.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Definitionsmenge der Funktion $f_a(x) = 1/(x-a) + 2$ und geben Sie die senkrechte Asymptote an. Es gilt $a \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie für alle $a \in \mathbb{R}$ die Anzahl und die Lage der reellen Nullstellen von $f_a(x) = x^2 + a$.

Aufgabe 4

Der Graph von $f_a(x) = ax^2 + 2$ mit $a \in \mathbb{R}$ soll durch $P(-2|14)$ verlaufen. Bestimmen Sie a .

Aufgabe 5

Lösen Sie $ax = a$ nach x für alle reellen Werte des Parameters a .

Aufgabe 6

Gegeben ist $f_a(x) = ax^2 - 4x + 1$. Bestimmen Sie a so, dass der Graph an der Stelle $x=2$ eine waagrechte Tangente hat. Es gilt $a \in \mathbb{R}$.

7–12 · Применение

Aufgabe 7

Bestimmen Sie alle reellen Nullstellen von $f_a(x) = ax^2 - 2x$. Unterscheiden Sie $a=0$ und $a \neq 0$.

Aufgabe 8

Untersuchen Sie für $a \in \mathbb{R}$ die Anzahl der reellen Nullstellen von $f_a(x) = x^2 - 2ax + 1$ und geben Sie diese an.

Aufgabe 9

Für $f_a(x) = ax^2 + x$ soll die Tangente an der Stelle $x=2$ die Steigung 5 besitzen. Bestimmen Sie a und die Tangentengleichung.

Aufgabe 10

Gegeben ist $f_a(x) = (x^2 - a^2)/(x - a)$, $a \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie die Definitionsmenge und den Grenzwert für $x \rightarrow a$. Liegt bei $x=a$ eine senkrechte Asymptote vor?

Aufgabe 11

Bestimmen Sie alle $a \in \mathbb{R}$, für die der Graph von $f_a(x) = x^2 - 2ax + 4$ die x -Achse berührt. Geben Sie die Berührungspunkte an.

Aufgabe 12

Gegeben ist $h_a(x) = (x-2)^a + 1$, wobei a eine positive ganze Zahl ist. Bestimmen Sie den Grenzwert für $x \rightarrow -\infty$ getrennt für gerade und ungerade Werte von a . Untersuchen Sie anschließend den Fall $a = -1$ gesondert.

13–16 • Составные задачи

Aufgabe 13

Für $a \in \mathbb{R}$ sei $f_a(x) = \sqrt{x+a}$. Die Tangente an der Stelle $x=3$ soll senkrecht zur Geraden $y = -4x + 2$ sein. Bestimmen Sie a , die Definitionsmenge und die Tangentengleichung.

Aufgabe 14

Untersuchen Sie $f_a(x) = x^3 - 3ax$ für alle $a \in \mathbb{R}$ auf stationäre Stellen und lokale Extrempunkte. Bestimmen Sie die Koordinaten und behandeln Sie $a=0$ ausdrücklich.

Aufgabe 15

Für $a, b \in \mathbb{R}$ sei $f(x) = x + a + b/x$ mit $x \neq 0$. Der Graph soll in $T(2|5)$ ein lokales Minimum haben. Bestimmen Sie a und b sowie alle weiteren lokalen Extrempunkte.

Aufgabe 16

Für $a > 0$ begrenzen der Graph von $f_a(x) = a - x^2$ und die x -Achse eine Fläche. Bestimmen Sie $A(a)$. Für welchen Wert von a beträgt der Flächeninhalt 36 Flächeneinheiten?

17–18 · Выбор метода и повторение

Aufgabe 17

Bestimmen Sie für alle $a \in \mathbb{R}$ die Anzahl der verschiedenen reellen Lösungen von $ax^2 - 2(a+1)x + a = 0$. Geben Sie die Lösungen an und begründen Sie, warum der Fall $a=0$ vor der quadratischen Lösungsformel zu prüfen ist.

Aufgabe 18

Bestimmen Sie für $x > 0$ eine Stammfunktion von $f_m(x) = x^m \ln(x)$ für alle $m \in \mathbb{R}$. Behandeln Sie $m = -1$ gesondert und prüfen Sie beide Formeln durch Ableiten.