

Авторский тренировочный вариант В: задания

demidmath.com · Telegram: [@demidmath](https://t.me/demidmath)

Это авторский тренировочный вариант Demid.Math по темам курса. Он не является реальным экзаменом ЕРМ или официальным образцом. 240 минут и 100 баллов — учебные ориентиры автора, а не официальный регламент или проходной балл.

Выдели 240 минут: 10 на чтение, 210 на решение и 20 на проверку. Для первого знакомства можно разделить попытку на две сессии по 120 минут и записать фактическое время.

Подготовь тетрадь, калькулятор в режиме градусов и таблицу Ф либо функцию нормального распределения. Записывай формулы и ход решения; сохраняй точные значения до последнего шага. Численные результаты достаточно округлять до четырёх значащих цифр, углы — до $0,01^\circ$.

Русские переводы условий доступны в кабинете и раскрываются отдельно. Решения находятся на отдельной странице и в отдельном PDF. Отметь, если пользовался переводом, подсказкой извне или разбором; время и помощь нужны для выбора темы повторения.

Авторские баллы начисляются по критериям в разборах. Эквивалентный правильный метод подходит. Баллы за решение с помощью отметить отдельно от самостоятельной попытки; официальную оценку по этой сумме не определяем.

Aufgabe 1 · 10 Punkte

In einem Modell zerfällt eine Substanz exponentiell. Anfangs sind 80 mg vorhanden; die Halbwertszeit beträgt 5 Stunden. Die Bedingungen bleiben konstant, $t \geq 0$ wird in Stunden gemessen.

1a · 4 Punkte

Bestimmen Sie $N(t) = 80e^{(-\lambda t)}$ mit $\lambda > 0$ und den stündlichen Abnahmefaktor q .

1b · 2 Punkte

Wie viel Substanz ist nach 15 Stunden vorhanden?

1c · 2 Punkte

Ab welchem Zeitpunkt sind höchstens 5 mg vorhanden?

1d · 2 Punkte

Berechnen und interpretieren Sie $N'(5)$.

Aufgabe 2 • 14 Punkte

Werk E liefert 60% aller Bauteile, Werk F die übrigen 40%. In E sind 2% der Bauteile fehlerhaft, in F 5%. D bezeichnet das Ereignis «fehlerhaft». Für Teil c werden neue, voneinander unabhängige Ziehungen aus derselben Mischung angenommen. Teil d beschreibt ein unabhängiges Messmodell.

2a • 3 Punkte

Berechnen Sie $P(D)$.

2b • 3 Punkte

Ein Bauteil ist fehlerhaft. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt es aus Werk F?

2c • 4 Punkte

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter 5 unabhängig gezogenen Bauteilen mindestens eines fehlerhaft ist.

2d • 4 Punkte

Eine unabhängige Messgröße Z ist normalverteilt mit Mittelwert 500 mm und Standardabweichung 15 mm. Berechnen Sie $P(485 \text{ mm} \leq Z \leq 530 \text{ mm})$.

Aufgabe 3 • 10 Punkte

Für ein Dreieck ABC sind $a=8 \text{ cm}$, $b=10 \text{ cm}$ und $\alpha=40^\circ$ gegeben. Die Seiten a, b, c liegen den Winkeln α, β, γ gegenüber. Gesucht sind alle nicht entarteten Dreiecke, die diese Angaben erfüllen.

3a • 4 Punkte

Bestimmen Sie alle möglichen Werte von β und begründen Sie, wie viele Dreiecke möglich sind.

3b • 4 Punkte

Berechnen Sie für beide Fälle γ und c . Ordnen Sie die Werte eindeutig zu.

3c • 2 Punkte

Berechnen Sie die beiden Flächeninhalte.

Aufgabe 4 • 12 Punkte

Gegeben sind $A(1|1)$, $B(5|1)$ und $C(1|4)$. Rechnen Sie möglichst exakt.

4a • 4 Punkte

Bestimmen Sie eine Normalform der Geraden BC und den Abstand des Punktes A von BC.

4b • 4 Punkte

Bestimmen Sie den Lotfußpunkt H von A auf BC und den Spiegelpunkt A' von A an BC.

4c • 4 Punkte

Bestimmen Sie den Kreismittelpunkt O, den Radius und die Kreisgleichung.

Aufgabe 5 • 14 Punkte

Gegeben sind die Ebene $E: x+2y+2z=6$, die Gerade $g: X=(2|-1|0)+t(1|1|1)$ und der Punkt $P(0|0|0)$.

5a • 5 Punkte

Bestimmen Sie den Schnittpunkt S von g und E und zeigen Sie, dass er eindeutig ist.

5b • 4 Punkte

Berechnen Sie den spitzen Winkel zwischen g und E.

5c • 5 Punkte

Bestimmen Sie den Abstand von P zu E, den Lotfußpunkt H und den Spiegelpunkt P' an E.

Aufgabe 6 • 16 Punkte

Eine Polynomfunktion dritten Grades besitzt den Wendepunkt $W(0|2)$. Ihre Tangente in W ist parallel zu $y=-3x+7$. Außerdem verläuft der Graph durch $P(1|0)$.

6a • 6 Punkte

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung $f(x)$.

6b • 6 Punkte

Bestimmen Sie alle reellen Nullstellen mit ihren Vielfachheiten und alle lokalen Extrempunkte.

6c • 4 Punkte

Überprüfen Sie, dass W tatsächlich ein Wendepunkt ist, und bestimmen Sie die Wendetangente.

Aufgabe 7 · 12 Punkte

Die Graphen $f(x)=\sqrt{x}$ und $g(x)=x/2$ begrenzen eine endliche Fläche im ersten Quadranten. Diese Fläche rotiert um die x-Achse. Längen, Flächen und Volumina werden in LE, FE und VE angegeben; es ist kein zusätzlicher Maßstab gegeben.

7a · 3 Punkte

Bestimmen Sie die Schnittpunkte und die Lage der Graphen zwischen ihnen.

7b · 3 Punkte

Berechnen Sie den Flächeninhalt der begrenzten Fläche.

7c · 6 Punkte

Berechnen Sie das Rotationsvolumen. Beschreiben Sie das Querschnittsmodell.

Aufgabe 8 · 12 Punkte

Die beiden Teilaufgaben sind unabhängig voneinander.

8a · 4 Punkte

Untersuchen Sie für alle $a \in \mathbb{R}$ die reellen Nullstellen von $f_a(x)=x^2-4x+a$. Für welches a berührt der Graph die x-Achse, und wo?

8b · 8 Punkte

Eine geschlossene zylindrische Dose mit zwei kreisförmigen Böden soll das Volumen $128\pi \text{ cm}^3$ haben. Bestimmen Sie Radius und Höhe für die kleinstmögliche gesamte Oberfläche und begründen Sie die globale Minimalität.

Лист результатов по навыкам

Вариант В. Заполни после сверки. В последней графе отметь части (a, b, c, d), которые потребовали помощи или повторения. Разбивка баллов по шагам дана в отдельном файле решений.

№	Темы и повторение	Макс.	Мой балл	Части / помощь
1	Полураспад и мгновенная скорость. M04-L01, M02-L03	10	___	_____
2	Условная вероятность и нормальная модель. M07-L01, M07-L02, M07-L03	14	___	_____
3	Два возможных треугольника. M05-L05	10	___	_____
4	Прямая, отражение и окружность. M06-L01, M05-L02	12	___	_____
5	Пересечение, угол и проекция в 3D. M06-L02	14	___	_____
6	Восстановление и исследование кубической функции. M01-L01, M02-L03, M02-L01	16	___	_____
7	Корень, площадь и вращение. M03-L01, M03-L02	12	___	_____
8	Параметр и оптимизация цилиндра. M01-L02, M02-L08	12	___	_____

Всего: ___ / 100 авторских баллов. Время: ___ минут.

Части для повторной самостоятельной попытки: _____.

Результат с помощью отмечается отдельно. Эта сумма не переводится в официальную экзаменационную оценку.