

Авторский тренировочный вариант А: задания

demidmath.com · Telegram: @demidmath

Это авторский тренировочный вариант Demid.Math по темам курса. Он не является реальным экзаменом ЕРМ или официальным образцом. 240 минут и 100 баллов — учебные ориентиры автора, а не официальный регламент или проходной балл.

Выдели 240 минут: 10 на чтение, 210 на решение и 20 на проверку. Для первого знакомства можно разделить попытку на две сессии по 120 минут и записать фактическое время.

Подготовь тетрадь, калькулятор в режиме градусов и таблицу Ф либо функцию нормального распределения. Записывай формулы и ход решения; сохраняй точные значения до последнего шага. Численные результаты достаточно округлять до четырёх значащих цифр, углы — до $0,01^\circ$.

Русские переводы условий доступны в кабинете и раскрываются отдельно. Решения находятся на отдельной странице и в отдельном PDF. Отметь, если пользовался переводом, подсказкой извне или разбором; время и помощь нужны для выбора темы повторения.

Авторские баллы начисляются по критериям в разборах. Эквивалентный правильный метод подходит. Баллы за решение с помощью отметить отдельно от самостоятельной попытки; официальную оценку по этой сумме не определяем.

Aufgabe 1 · 10 Punkte

In einem Modell wächst die Biomasse exponentiell. Zu Beginn beträgt sie 125 g, nach 3 Stunden 216 g. Die Wachstumsbedingungen bleiben unverändert; t wird in Stunden ab Beginn gemessen.

1a · 4 Punkte

Bestimmen Sie ein Modell $N(t)=N_0 \cdot q^t$ und die stündliche relative Zunahme.

1b · 3 Punkte

Berechnen Sie die Biomasse nach 6 Stunden.

1c · 3 Punkte

Nach welcher Zeit erreicht die Biomasse erstmals 500 g? Geben Sie die Zeit in Stunden an.

Aufgabe 2 • 14 Punkte

Ein zufällig ausgewähltes Bauteil besitzt mit Wahrscheinlichkeit 0,30 ein bestimmtes Merkmal. Für alle folgenden Stichproben werden die Merkmale verschiedener Bauteile als unabhängig mit unveränderter Wahrscheinlichkeit modelliert.

2a • 5 Punkte

Unter 10 Bauteilen zählt X die Bauteile mit diesem Merkmal. Geben Sie die Verteilung von X an und berechnen Sie $P(X=2)$.

2b • 4 Punkte

Wie viele Bauteile müssen mindestens betrachtet werden, damit mit mindestens 95% Wahrscheinlichkeit wenigstens eines das Merkmal besitzt?

2c • 5 Punkte

Für eine Stichprobe von 200 Bauteilen sei Y die Anzahl mit diesem Merkmal. Nähern Sie $P(Y \geq 70)$ durch eine Normalverteilung mit Stetigkeitskorrektur an. Geben Sie auch die exakte binomiale Summe an; diese muss nicht numerisch ausgewertet werden.

Aufgabe 3 • 10 Punkte

In einem Dreieck ABC gilt $b=7$ cm, $c=10$ cm und $\alpha=60^\circ$. Wie üblich liegen die Seiten a, b, c den Winkeln α, β, γ gegenüber.

3a • 3 Punkte

Fertigen Sie eine beschriftete Skizze an und berechnen Sie a .

3b • 4 Punkte

Berechnen Sie die Winkel β und γ . Begründen Sie die Wahl des Winkels β .

3c • 3 Punkte

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.

Aufgabe 4 • 12 Punkte

Gegeben sind $A(0|0)$, $B(6|0)$ und $C(2|4)$. Eine Längeneinheit wird mit LE, eine Flächeneinheit mit FE bezeichnet.

4a • 3 Punkte

Bestimmen Sie den Höhenfußpunkt H von C auf AB, die Höhe und den Flächeninhalt von ABC.

4b • 4 Punkte

Bestimmen Sie den Umkreismittelpunkt O und die Gleichung des Umkreises.

4c • 2 Punkte

Spiegeln Sie C an der Geraden AB.

4d • 3 Punkte

Bestimmen Sie die Tangente an den Umkreis im Punkt B.

Aufgabe 5 • 14 Punkte

Gegeben sind $A(1|0|1)$, $B(3|0|2)$, $C(1|2|2)$, $Q(5/2|3/2|5/2)$ und die Gerade $g: X=(0|1|0)+t(1|1|1)$, $t \in \mathbb{R}$.

5a • 5 Punkte

Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E durch A,B,C.

5b • 4 Punkte

Untersuchen Sie die Lage von g zu E und berechnen Sie den Abstand zwischen g und E.

5c • 5 Punkte

Das Parallelogramm hat den Eckpunkt A und die Seitenvektoren AB und AC. Prüfen Sie, ob Q zum Parallelogramm und zum Dreieck ABC gehört. Begründen Sie beide Antworten.

Aufgabe 6 • 16 Punkte

Untersuchen Sie $f(x)=(x-1)^2/x$.

6a • 5 Punkte

Bestimmen Sie die Definitionsmenge, die Nullstellen und alle senkrechten sowie schiefen Asymptoten.

6b • 5 Punkte

Bestimmen Sie die Monotonieintervalle und alle lokalen Extrempunkte.

6c • 3 Punkte

Hat der Graph einen Wendepunkt? Begründen Sie Ihre Antwort.

6d • 3 Punkte

Bestimmen Sie die Tangentengleichung an der Stelle $x=2$.

Aufgabe 7 • 12 Punkte

Die Graphen $f(x)=2x$ und $g(x)=x^2$ begrenzen eine endliche Fläche. Diese Fläche rotiert um die x -Achse. Auf beiden Koordinatenachsen gilt $1 \text{ LE}=2 \text{ cm}$.

7a • 3 Punkte

Bestimmen Sie die Schnittpunkte und begründen Sie, welcher Graph dazwischen oben liegt.

7b • 3 Punkte

Berechnen Sie den Flächeninhalt in FE und in cm^2 .

7c • 6 Punkte

Berechnen Sie das Rotationsvolumen in VE und in cm^3 . Geben Sie den Außen- und Innenradius an.

Aufgabe 8 · 12 Punkte

Die beiden Teilaufgaben sind unabhängig voneinander.

8a · 4 Punkte

Lösen Sie $(a-1)x^2 - 2ax + (a+1) = 0$ für alle $a \in \mathbb{R}$. Geben Sie die Anzahl der verschiedenen reellen Lösungen an.

8b · 8 Punkte

Zwei Seiten eines Rechtecks liegen auf den positiven Koordinatenachsen. Die gegenüberliegende Ecke liegt auf $y = -\ln(x/3)$ mit $0 < x < 3$. Bestimmen Sie die Seitenlängen und den größtmöglichen Flächeninhalt. Begründen Sie die globale Maximalität.

Лист результатов по навыкам

Вариант А. Заполни после сверки. В последней графе отметь части (a, b, c, d), которые потребовали помощи или повторения. Разбивка баллов по шагам дана в отдельном файле решений.

№	Темы и повторение	Макс.	Мой балл	Части / помощь
1	Экспоненциальный рост. M04-L01	10	___	_____
2	Биномиальная модель и нормальное приближение. M07-L02, M07-L03	14	___	_____
3	Косинусы, синусы и площадь. M05-L05	10	___	_____
4	Координатная геометрия и окружность. M05-L02, M06-L01	12	___	_____
5	Плоскость, параллельность и ограниченная область. M06-L02	14	___	_____
6	Исследование рациональной функции. M02-L03, M02-L01	16	___	_____
7	Площадь, кольца и масштаб. M03-L01, M03-L02	12	___	_____
8	Особый параметр и оптимизация. M01-L02, M02-L02	12	___	_____

Всего: ___ / 100 авторских баллов. Время: ___ минут.

Части для повторной самостоятельной попытки: _____.

Результат с помощью отмечается отдельно. Эта сумма не переводится в официальную экзаменационную оценку.