

Оформление решения

Представьте, что вы возвращаетесь к своему решению через неделю. Ответ внизу понятен, а откуда взялось равенство в середине — уже нет. Проверяющий оказывается в похожем положении: ему нужно увидеть, почему одна строка следует из другой.

Для этого достаточно коротких пояснений рядом с вычислениями. Разберём, где назвать выбранную формулу, как перейти к подстановке и что написать в ответе, чтобы решение можно было прочитать без устного комментария.

Пять частей решения

Хорошую запись решения можно прочитать, не угадывая, откуда появилось очередное число. Сначала назовите данные и вопрос — Gegeben и Gesucht. Затем запишите подходящую модель или формулу и коротко поясните её выбор. Эту часть называют Ansatz.

За ней идут вычисления, Rechnung. В конце вернитесь к исходному вопросу: в ответе, Antwort, могут понадобиться не только число, но и координаты, единицы или несколько допустимых случаев. Проверка, Kontrolle, объясняет, почему полученному результату можно доверять. Не обязательно превращать каждую часть в отдельный заголовок: нескольких связанных строк обычно достаточно.

Формула, подстановка, точность

Буквенная формула перед числами помогает сохранить смысл вычисления. Например, запись $F(b) - F(a)$ напоминает, что вычитается всё значение первообразной в нижней границе. Если оно состоит из нескольких слагаемых, при подстановке понадобятся скобки.

Назовите переменные до их использования и сохраняйте промежуточные значения без округления. Приближённый результат отмечайте знаком $\approx$, а окончательную точность выбирайте по условию. Тогда читатель сможет проследить и математический ход, и происхождение округлённого ответа.

Короткий немецкий вывод

Для короткого пояснения по-немецки часто хватает одной связки. Daher gilt ... означает «поэтому ...», Einsetzen liefert ... — «подстановка даёт ...», Da ..., ist ... — «поскольку ..., то ...».

Например: Die Fläche beträgt ungefähr $12,4 \text{ m}^2$. А если одна ветвь дала неположительный угол, можно написать: Für den zweiten Ast ist $\psi \leq 0^\circ$, daher ist dieser Fall nicht zulässig. Такая фраза поясняет, почему случай отброшен; одно зачёркнутое число этого не показывает.

Образец 1

Образец: найти касательную к $f=x^2$ при $x_0=2$.

Нам известны $f(x)=x^2$ и $x_0=2$; нужна касательная к графику в этом месте. Сначала найдём точку и наклон: $f(2)=4$, а из $f'(x)=2x$ получаем $f'(2)=4$.

Прямая с этим наклоном должна проходить через $(2|4)$, поэтому $y-4=4(x-2)$. Раскрыв скобки, получаем ответ $t: y=4x-4$. Для проверки подставим $x=2$: $t(2)=4=f(2)$. Наклон прямой тоже равен 4, как и производная в точке касания.

Проверка. Указаны точка, наклон, уравнение и две проверки.

Образец 2

Образец: 40 м ограды на три стороны участка у стены.

Обозначим через x длину каждой боковой стороны, а через y — сторону напротив стены. Ограда нужна только на эти три стороны, поэтому $2x+y=40$. Отсюда $y=40-2x$, и площадь можно выразить через одно число: $A=x(40-2x)$, где $0<x<20$.

Производная $A'=40-4x$ обращается в ноль при $x=10$. Тогда $y=20$. Вторая производная $A''=-4$ отрицательна, а при приближении к границам допустимого интервала площадь стремится к нулю. Значит, участок размером 10×20 м имеет максимальную площадь 200 м^2 . В ответ вошли и размеры, и то значение, которое требовалось сделать наибольшим.

Проверка. Ответ сообщает размеры и площадь, а не только корень производной.

Короткая практика

Сначала ответьте сами. Решения находятся после заданий.

1. Für $f(x)=x^2$ bei $x_0=2$ steht: „ $f'(2)=4$, also $y=4x$.“ Korrigieren Sie die Tangente.

2. Runden Sie 2,34567 m und 5,4321 m² auf zwei Nachkommastellen.

3. Beim Lösen einer Gleichung für eine Länge x erhält man -2 und 3 . Welche Schlussfolgerung ist zulässig?

Ответы и проверки

1. Für $f(x)=x^2$ bei $x_0=2$ steht: „ $f'(2)=4$, also $y=4x$.“ Korrigieren Sie die Tangente.

Исправьте запись: « $f'(2)=4$, значит касательная $y=4x$ » для $f=x^2$.

$P=(2|4)$; $y-4=4(x-2)$, поэтому $y=4x-4$. Запись $y=4x$ при $x=2$ даёт 8, а не 4.

Проверка. Новая прямая проходит через $(2|4)$.

Где легко ошибиться. Наклон без точки не задаёт касательную.

Повторить: M02-L01 · Касательные, нормали и углы

2. Runden Sie 2,34567 m und 5,4321 m² auf zwei Nachkommastellen.

Ученик получил 2,34567 м для длины и 5,4321 м² для площади; условие требует две цифры после запятой. Запишите итог.

Длина $\approx 2,35$ м; площадь $\approx 5,43$ м². Знак $\approx$ показывает, что число округлено.

Проверка. Обе записи имеют две цифры после запятой и разные размерности.

Где легко ошибиться. Округление и единицы указываются для каждой величины.

Повторить: M00-L03 · Как оформлять решение

3. Beim Lösen einer Gleichung für eine Länge x erhält man -2 und 3 . Welche Schlussfolgerung ist zulässig?

В решении написано лишь « $x=-2$ и $x=3$ », но x обозначает длину. Что добавить?

Условие $x>0$ исключает -2 . В ответе: $x=3$ в заданных единицах; затем проверить остальные размеры и ограничения исходной модели. Если требуется площадь, вычислить её тоже.

Проверка. Исключение отрицательного корня обосновано смыслом переменной.

Где легко ошибиться. Отрицательный корень запрещён здесь потому, что x — длина, а не просто потому, что он отрицательный.

Повторить: M02-L02 · Экстремальные задачи: строим модель