

Типичные ошибки и проверка

Ответ не совпал с ключом. Можно пересчитать всё с начала, но полезнее сначала найти строку, после которой решение пошло не туда. Иногда виноват знак, иногда — неверно понятое слово в условии. Исправлять эти ошибки нужно по-разному.

Ниже разберём несколько таких случаев. Попробуйте заметить ошибку до чтения пояснения и назвать конкретное действие, которое её исправляет. Тогда при следующей попытке будет понятно, что проверить.

Разделить причины

Если ответ не совпал, найдите последнюю строку, в которой вы ещё уверены. Дальше станет понятнее, что произошло: потерялось слово в условии, была выбрана неподходящая модель или возникла ошибка вычисления. Иногда вычисления верны, но найденное число ещё не отвечает на вопрос задачи.

Запишите конкретную причину рядом с неверной строкой и выберите небольшой шаг для повторения. Например, после потери скобок полезно заново подставить нижнюю границу в первообразную. Пометка «я невнимательный» такого следующего шага не даёт.

Пять коротких проверок

Первую проверку часто подсказывает само условие. Найденная точка должна лежать на нужной линии, размеры — удовлетворять исходному ограничению. Подстановка помогает увидеть ошибку, даже если преобразования выглядели убедительно.

Посмотрите на смысл результата: длина должна быть положительной, вероятность лежать от 0 до 1, знаменатель отличаться от нуля. Проверьте единицы: метры, квадратные и кубические метры отвечают разным вопросам.

Если вычисление дало несколько ветвей, вернитесь к ограничениям каждой из них. Отрицательный корень запрещён не всегда, а $\arcsin$ не всегда определяет единственный угол треугольника. Наконец, перечитайте вопрос: угол с прямой отличается от угла с плоскостью, а площадь может отличаться от интеграла со знаком.

Журнал ошибок

Для одной задачи достаточно пяти записей: номер; первая неверная строка; причина; верный шаг; дата повторной попытки. Пример: «D09: приравнял площадь интегралу со знаком; надо разделить область в нуле; повторить через три дня».

После повторения закройте ключ и решите задачу заново, затем возьмите похожую из практики по ссылке. Если снова затруднились, в комментарии назовите номер и приложите свою попытку.

Короткая практика

Сначала ответьте сами. Решения находятся после заданий.

1. Für $y=x$ auf $[-1;1]$ schreibt jemand: „Das Integral ist 0, also ist die Fläche 0.“ Korrigieren Sie.
2. Bei einer Halbwertszeit von 5 Jahren wird $N(10)=N_0(1-10/5)$ verwendet. Korrigieren Sie das Modell.
3. Y ist eine ganze Kundenzahl. „Weniger als 170“ wird mit $Y \leq 170$ und der Normalgrenze 170,5 übersetzt. Korrigieren Sie.
4. Ein Punkt erfüllt die Ebenengleichung. Reicht das, um seine Zugehörigkeit zu einem Parallelogramm in dieser Ebene zu beweisen?
5. Beim Rotieren eines Bereichs um die x -Achse stehen die Radien $R=3$ und $r=1$ fest. Jemand setzt die Schnittfläche als $\pi(3-1)^2$ an. Korrigieren Sie.
6. Für $f(x)=x^3$ gilt $f'(0)=0$. Daraus wird ein Extremum bei $x=0$ gefolgert. Ist das richtig?

Ответы и проверки

1. Für $y=x$ auf $[-1;1]$ schreibt jemand: „Das Integral ist 0, also ist die Fläche 0.“ Korrigieren Sie.

Ученик написал: « $\int_{-1}^1 x \, dx = 0$, поэтому площадь между $y=x$ и осью x равна 0». Найдите ошибку и исправьте.

Интеграл вычислен верно, неверна интерпретация. Площадь $= -\int_{-1}^0 x \, dx + \int_0^1 x \, dx = 1/2 + 1/2 = 1$ FE.

Проверка. Два треугольника площадью $1/2$ каждый.

Где легко ошибиться. Площадь складывает положительные части.

Повторить: M03-L01 · Интегралы и площади

2. Bei einer Halbwertszeit von 5 Jahren wird $N(10)=N_0(1-10/5)$ verwendet. Korrigieren Sie das Modell.

При периоде полураспада 5 лет ученик пишет $N(10)=N_0(1-10/5)$. Что неверно?

Нужна экспоненциальная модель $N(t)=N_0 \cdot 2^{-(t/5)}$. Через 10 лет остаётся $N_0/4$, а не отрицательная масса.

Проверка. Два последовательных деления на 2 дают четверть.

Где легко ошибиться. Сначала проверьте, меняется ли величина на постоянную разность или в постоянное число раз.

Повторить: M04-L01 · Рост и распад

3. Y ist eine ganze Kundenzahl. „Weniger als 170“ wird mit $Y \leq 170$ und der Normalgrenze 170,5 übersetzt. Korrigieren Sie.

Для целого числа клиентов Y условие «weniger als 170» переведено как $Y \leq 170$; в нормальном приближении взята граница 170,5. Исправьте оба шага.

$Y < 170$ означает $Y \leq 169$. Непрерывная верхняя граница 169,5.

Проверка. Клиент с порядковым счётом 170 не должен входить в событие.

Где легко ошибиться. Сначала целочисленное событие, потом поправка 0,5 — и только если нормальное приближение допустимо.

Повторить: M07-L03 · Нормальное распределение

Повторить: M07-L04 · Как разбирать задачи по вероятности

4. Ein Punkt erfüllt die Ebenengleichung. Reicht das, um seine Zugehörigkeit zu einem Parallelogramm in dieser Ebene zu beweisen?

Ученик считает, что P принадлежит параллелограмму (включая границу), потому что она удовлетворяет уравнению его плоскости. Какой шаг пропущен?

Нужно выразить $P=A+sAB+tAD$ и проверить $0 \leq s \leq 1$, $0 \leq t \leq 1$. Одного уравнения плоскости недостаточно.

Проверка. Точка с $s=2$ и $t=1/2$ будет в плоскости, но вне параллелограмма.

Где легко ошибиться. Уравнение плоскости не ограничивает фигуру внутри неё.

Повторить: M06-L02 · Векторы в пространстве и плоскости

5. Beim Rotieren eines Bereichs um die x-Achse stehen die Radien $R=3$ und $r=1$ fest. Jemand setzt die Schnittfläche als $\pi(3-1)^2$ an. Korrigieren Sie.

Вращение вокруг оси x даёт кольцо с внешним радиусом 3 и внутренним 1. Исправьте $\pi(3-1)^2$.

Площадь кольца $A=\pi(R^2-r^2)=\pi(9-1)=8\pi$.

Проверка. Из площади внешнего круга 9π вычитаем площадь отверстия π .

Где легко ошибиться. Разность квадратов отличается от квадрата разности.

Повторить: M03-L02 · Объём тела вращения

6. Für $f(x)=x^3$ gilt $f'(0)=0$. Daraus wird ein Extremum bei $x=0$ gefolgert. Ist das richtig?

Для $f=x^3$ производная в нуле равна нулю. Доказывает ли это экстремум?

Нет. $f'(x)=3x^2 \geq 0$ по обе стороны нуля, а f принимает отрицательные значения слева и положительные справа.

В нуле стационарная точка перегиба, а не максимум или минимум.

Проверка. $f(-1)=-1 < f(0)=0 < f(1)=1$.

Где легко ошибиться. Уравнение $f'=0$ даёт кандидатов; нужен анализ типа и допустимой области.

Повторить: M02-L03 · Производные и исследование графика

Повторить: M02-L02 · Экстремальные задачи: строим модель