

Bedingungen · читаем условие

В условии написано: график проходит через точку и касается прямой. Кажется, что перед нами одна фраза, но в математической записи из неё получатся разные равенства. Именно на этом переходе от слов к формулам часто и возникает затруднение.

Попробуем читать немецкое условие небольшими частями. Сначала выясним, что нужно найти, затем разберём, какое действие задаёт каждое предложение. Незнакомое слово станет легче понять, когда будет ясно, какую роль оно играет в задаче.

Три прохода по условию

Возьмём фразу о графике: он проходит через точку и имеет в ней заданный наклон. Понять общий смысл полезно, но для решения понадобятся две отдельные записи. Начните с вопроса в конце условия: что требуется получить — число, точку, уравнение или доказательство?

Теперь выпишите данные, сохраняя обозначения и единицы. Их часто помещают под словом Gegeben. После этого переведите каждую связь в равенство или неравенство. Когда прохождение через точку и наклон записаны отдельно, их уже труднее перепутать в вычислениях.

Что именно требуется

Глагол в вопросе подсказывает, какой ответ ожидается. Bestimmen и Berechnen просят определить или вычислить; Begründen и Zeigen требуют ещё и обоснования. Например, найденное число само по себе не доказывает, что площадь максимальна.

Слова о графике описывают разные его свойства. Durch P указывает точку, Steigung — наклон, waagrecht — горизонтальное направление. Senkrecht означает перпендикулярность, parallel — параллельность. Если график berührt, то есть касается другой линии, в точке касания совпадают и высота, и направление касательной.

Посмотрите и на название искомого объекта: Extremstelle — абсцисса экстремума, а для Extrempunkt нужны координаты точки и указание её типа. Fläche спрашивает площадь, Volumen — объём; вместе с формулой изменятся единицы ответа. В тематических уроках часть условий тоже дана на немецком. Сначала попробуйте прочитать условие сами; русский перевод можно раскрыть под ним. Подсказки и решения помогают разобраться в математике на русском.

Слова, которые меняют ответ

Mindestens — не меньше ($\geq$), höchstens — не больше ($\leq$); mehr als и weniger als задают строгие $>$ и $<$. Для целого X запись $X < 5$ равносильна $X \leq 4$, но для вещественного x это разные условия.

При Berührung (касании) двух дифференцируемых графиков в заданной точке совпадают значения и производные. Горизонтальная касательная даёт $f'(x_0)=0$; это ещё не доказывает экстремум. При поиске минимума/максимума потребуется проверить тип и область.

Рисунок помогает разобраться, но произвольный эскиз не добавляет данных. Вторую ветвь угла или корень исключают по условию и доказанным ограничениям.

Короткая практика

Сначала ответьте сами. Решения находятся после заданий.

1. Der Graph verläuft durch $P(2|3)$ und hat dort die Steigung -1 . Formulieren Sie die Bedingungen.

2. Mindestens zwei, aber weniger als fünf Kunden. X zählt die Kunden. Geben Sie die möglichen Werte an.

3. Die Parabel hat den Tiefpunkt $T(1|-2)$. Formulieren Sie die Bedingungen.

4. Für eine ganze Zahl X : höchstens 3; mehr als 3; mindestens 3. Schreiben Sie die Ungleichungen.

5. Für einen Dreieckswinkel β gilt $\sin \beta = 0,7$. Darf allein aus einer eigenen Skizze auf einen spitzen Winkel geschlossen werden?

6. Der Graph von f berührt die Gerade $g(x)=2x+1$ bei $x=3$. Schreiben Sie zwei notwendige Bedingungen.

Ответы и проверки

1. Der Graph verläuft durch $P(2|3)$ und hat dort die Steigung -1 . Formulieren Sie die Bedingungen.

График проходит через $P(2|3)$ и имеет там наклон -1 .

$f(2)=3$; $f'(2)=-1$. Это два разных условия.

Проверка. Касательная $y-3=-(x-2)$ имеет нужные точку и наклон.

Где легко ошибиться. Не заменяйте высоту графика его производной.

Повторить: [M01-L01 · Восстановление функции по условиям](#)

Повторить: [M02-L01 · Касательные, нормали и углы](#)

2. Mindestens zwei, aber weniger als fünf Kunden. X zählt die Kunden. Geben Sie die möglichen Werte an.

Не менее двух, но менее пяти клиентов. X — их число.

$2 \leq X < 5$; X целое, поэтому $X \in \{2, 3, 4\}$.

Проверка. 2 включается, 5 исключается.

Где легко ошибиться. Для вещественной величины нельзя заменить $x < 5$ на $x \leq 4$.

Повторить: [M07-L02 · Биномиальное распределение](#)

3. Die Parabel hat den Tiefpunkt $T(1|-2)$. Formulieren Sie die Bedingungen.

У параболы точка минимума $T(1|-2)$.

$f(1)=-2$ и $f'(1)=0$. Для невырожденной квадратичной функции минимум означает положительный старший коэффициент, то есть $f''=2a>0$.

Проверка. Пример $f=(x-1)^2-2$ выполняет все условия.

Где легко ошибиться. Точка на графике и горизонтальная касательная сами по себе для произвольной функции ещё не доказывают минимум.

Повторить: [M01-L01 · Восстановление функции по условиям](#)

Повторить: [M02-L03 · Производные и исследование графика](#)

4. Für eine ganze Zahl X : höchstens 3; mehr als 3; mindestens 3. Schreiben Sie die Ungleichungen.

Для целого X : не более 3; больше 3; не меньше 3.

$X \leq 3$; $X > 3$, равносильно $X \geq 4$; $X \geq 3$.

Проверка. $X=3$ подходит в первом и третьем случаях.

Где легко ошибиться. Не потеряйте строгость границы.

Повторить: [M07-L02 · Биномиальное распределение](#)

5. Für einen Dreieckswinkel β gilt $\sin \beta = 0,7$. Darf allein aus einer eigenen Skizze auf einen spitzen Winkel geschlossen werden?

Для угла треугольника $\sin \beta = 0,7$. Можно ли по своему эскизу исключить тупой угол?

Нет. Проверяются $\beta_1 = \arcsin(0,7)$ и $\beta_2 = 180^\circ - \beta_1$, затем сумма углов и остальные данные.

Ветвь отвергается по ограничению, а не по виду произвольного рисунка.

Проверка. $\sin(180^\circ - \beta) = \sin \beta$.

Где легко ошибиться. Фраза «у меня на рисунке острый» не является основанием.

Повторить: M05-L05 · Треугольники и четырёхугольники

6. Der Graph von f berührt die Gerade $g(x) = 2x + 1$ bei $x = 3$. Schreiben Sie zwei notwendige Bedingungen.

График f касается прямой $g(x) = 2x + 1$ при $x = 3$. Запишите два необходимых условия.

$f(3) = g(3) = 7$; $f'(3) = g'(3) = 2$.

Проверка. Обе кривые имеют общую точку $(3|7)$ и одинаковый наклон.

Где легко ошибиться. Пересечение само по себе даёт только равенство значений.

Повторить: M01-L01 · Восстановление функции по условиям

Повторить: M02-L01 · Касательные, нормали и углы