

Rauchen & Risiko

Разбор самостоятельных задач

Открывайте после собственной попытки. Основная и аналогичная задачи соответствуют прежнему листу условий этого урока.

Учебная формулировка архивной задачи и дополнительная аналогичная задача.

Основная задача

In einem mathematischen Lernmodell beträgt ein Risiko zur Zeit $t=0$ genau 40% und zwei Jahre später 32%. Es wird eine exponentielle Abnahme angenommen. a) Stellen Sie $N(t)$ in Prozent auf und bestimmen Sie die relative jährliche Abnahme. b) Berechnen Sie $N(25)$ und den Zeitpunkt, zu dem 1% erreicht wird. Begründen Sie, ob N nach diesem Modell genau 0% erreichen kann. Die Angaben dienen der mathematischen Aufgabe und beschreiben kein individuelles medizinisches Risiko.

Перевод: Учебная экзаменационная модель: при $t=0$ показатель риска принят равным 40%, через два года — 32%. Предполагается экспоненциальное убывание. а) Составьте $N(t)$ в процентах и найдите относительное годовое уменьшение. б) Найдите $N(25)$, время достижения 1% и объясните, может ли N стать ровно 0%. Это данные математической задачи, а не оценка индивидуального медицинского риска.

За два года показатель уменьшился на $32/40=0,8$. Годовой множитель применяется дважды, поэтому $a=\sqrt{0,8}\approx 0,894427$ и $N(t)=40(\sqrt{0,8})^t$. Относительное уменьшение за год равно $100(1-\sqrt{0,8})\approx 10,56\%$.

Для значения через 25 лет подставляем $t=25$ и получаем $N(25)\approx 2,458583\%$, то есть около 2,46%. А для времени достижения 1% оставляем t неизвестным: $40a^t=1$. Отсюда $a^t=1/40$ и $t=\ln(1/40)/\ln(\sqrt{0,8})\approx 33,0628$ года.

Для любого конечного t положительный множитель в степени остаётся положительным, поэтому ровно 0% модель не достигает. Её предел при $t\rightarrow\infty$ равен 0. Все эти выводы относятся к заданной учебной модели; прогноз вне математической задачи из них не следует.

Проверка: Сверьте контрольные точки в уроке.

Аналогичная задача

Учебный показатель качества изменяется по убывающей экспоненциальной модели: $Q(0)=50$, $Q(2)=32$. Найдите модель, $Q(5)$ и первый целый момент, когда $Q<10$.

$a=0,8$, $Q(t)=50\cdot 0,8^t$. $Q(5)=16,384$. Из $0,8^t<0,2$ получаем $t>\ln 0,2/\ln 0,8\approx 7,2126$. Первый целый момент 8: $Q(7)=10,48576$, $Q(8)=8,388608$.

Проверка: $Q(2)=32$; значения 7 и 8 лежат по разные стороны порога.

Если ответ не совпал: Если выбрали 7, повторите раздел «Когда количество станет меньше порога» и сравните $Q(7)$ с $Q(8)$.