Streaming

Разбор самостоятельных задач

Открывайте после собственной попытки. Номера соответствуют листу самостоятельных задач и этому же уроку курса.

Учебная формулировка архивной задачи и дополнительная аналогичная задача.

Основная задача

70% der Kunden eines Streaminganbieters sind höchstens 40 Jahre alt; von ihnen wählen 80% das Komplettpaket. Die übrigen 30% sind älter als 40 Jahre; von ihnen wählen 50% das Komplettpaket. a) Stellen Sie den Sachverhalt in einem Baumdiagramm dar und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Komplettpaket. b) Es werden 10 Kunden unabhängig voneinander ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei älter als 40 Jahre sind. c) Es werden 250 Kunden unabhängig voneinander ausgewählt. Y zählt die Kunden, die höchstens 40 Jahre alt sind. Bestimmen Sie P(Y<170) und P(|Y−E(Y)|≤10): Stellen Sie die exakten binomialen Summen auf und berechnen Sie jeweils eine Normalapproximation mit Stetigkeitskorrektur.

Перевод: 70% клиентов стриминга не старше 40 лет; из них 80% выбирают полный пакет. Остальные 30% старше 40 лет; из них полный пакет выбирают 50%. a) Постройте дерево и найдите вероятность полного пакета. b) Для 10 независимо выбранных клиентов найдите вероятность как минимум двух старше 40. c) Для 250 независимо выбранных клиентов пусть Y считает клиентов не старше 40. Найдите вероятности Y<170 и |Y−E(Y)|≤10: составьте точные биномиальные суммы и вычислите нормальное приближение с поправкой.

Полный пакет выбирают по двум путям: клиент не старше 40 лет и выбирает пакет либо старше 40 и тоже выбирает пакет. Поэтому $P(K)=0{,}7\cdot0{,}8+0{,}3\cdot0{,}5=0{,}71$.

В части b величина X считает клиентов старше 40 лет, поэтому $X\sim B(10;0{,}3)$. «Как минимум двух» удобнее получить, исключив ноль и одного: $P(X\geq2)=1-0{,}7^{10}-10\cdot0{,}3\cdot0{,}7^{9}\approx0{,}850692$.

В части c Y считает уже клиентов не старше 40 лет: $Y\sim B(250;0{,}7)$. Поэтому $\mu=175$ и $\sigma=\sqrt{52{,}5}\approx7{,}24569$. Для нормального приближения проверяем $np=175$ и $n(1-p)=75$.

Строгое условие Y<170 включает целые значения до 169. Точная вероятность — сумма C(250,k)0,7^k0,3^(250−k) по k=0,…,169. После поправки непрерывности верхняя граница равна 169,5, поэтому приближение составляет $\Phi((169{,}5-175)/\sqrt{52{,}5})\approx0{,}22391$.

Второе событие $|Y-E(Y)|\leq10$ означает $165\leq Y\leq185$. Точная сумма идёт по k=165,…,185. Для приближения берём границы 164,5 и 185,5: $\Phi((185{,}5-175)/\sqrt{52{,}5})-\Phi((164{,}5-175)/\sqrt{52{,}5})\approx0{,}85269$.

В архивном PDF запись $N(175,\sqrt{52{,}5})$ использует стандартное отклонение σ вторым параметром. В новых уроках принята запись $N(\mu,\sigma^2)$, поэтому здесь пишем $N(175,52{,}5)$. Значение σ и сами вычисления от этого соглашения не меняются.

Проверка: Сверьте контрольные точки в уроке.

Аналогичная задача

60% клиентов относятся к группе A и выбирают полный пакет с вероятностью 0,75; остальные — с вероятностью 0,5. a) Найдите P(K). b) Среди 5 независимо выбранных клиентов найдите шанс хотя бы одного не из A. c) Для 100 клиентов приближённо найдите шанс $55 \le Y \le 65$, где Y считает группу A.

a) $P(K)=0{,}6\cdot 0{,}75+0{,}4\cdot 0{,}5=0{,}65$. b) $1-0{,}6^5=0{,}92224$. c) $Y \sim B(100;0{,}6)$, частоты 60 и 40 достаточны по принятой эвристике. Границы 54,5 и 65,5; $z=\pm 5{,}5/\sqrt{24}\approx \pm 1{,}122683$. Вероятность $\approx 2\Phi(1{,}122683)-1\approx 0{,}7384$.

Проверка: Событие с симметрично относительно среднего, но итог — приближение биномиальной суммы.

Если ответ не совпал: Если не совпала часть c, повторите пример 2 «Normalverteilung».