

Normalverteilung

Разбор самостоятельных задач

Открывайте после собственной попытки. Номера соответствуют листу самостоятельных задач и этому же уроку курса.

Авторский практикум курса.

Задача 1

Нормальная величина имеет $\mu=20$, $\sigma=4$. Найдите z для $x=14$ и $x=28$.

$$z_1=(14-20)/4=-1,5; z_2=(28-20)/4=2.$$

Проверка: Значение ниже среднего даёт отрицательный z .

Если ответ не совпал: Если поделили на $\sigma^2=16$, повторите стандартизацию.

Задача 2

Die Zufallsvariable X ist normalverteilt mit $\mu=50$ und $\sigma=10$. Berechnen Sie $P(X \leq 60)$ und $P(X > 60)$.

Перевод: Нормально распределённая случайная величина X имеет $\mu=50$, $\sigma=10$. Найдите $P(X \leq 60)$ и $P(X > 60)$.

$$P(X \leq 60) = \Phi(1) \approx 0,841345. P(X > 60) = 1 - \Phi(1) \approx 0,158655.$$

Проверка: Две вероятности суммируются в 1.

Если ответ не совпал: Если перепутали хвосты, повторите первый раздел.

Задача 3

Нормально распределённая случайная величина X имеет $\mu=170$ см, $\sigma=6$ см. Найдите $P(164 \leq X \leq 182)$.

$$P = \Phi(2) - \Phi(-1) \approx 0,977250 - 0,158655 = 0,818595 \approx 81,86\%.$$

Проверка: Интервал содержит среднее; вероятность больше вероятности симметричного интервала $\pm \sigma$.

Если ответ не совпал: Если сложили Φ границ, повторите пример 1.

Задача 4

Die Zeit X ist normalverteilt mit $\mu=40$ min und $\sigma=5$ min. Bestimmen Sie den Wert c , der in 95% der Fälle nicht überschritten wird.

Перевод: Время X нормально распределено: $\mu=40$ мин, $\sigma=5$ мин. Найдите порог c , который не превышает в 95% случаев.

$c=40+5 \cdot 1,644854 \approx 48,2243$ мин. Ответ около 48,22 мин.

Проверка: $c > 40$, а вероятность справа около 5%.

Если ответ не совпал: Если порог ниже среднего, повторите «Обратная задача».

Задача 5

$X \sim B(200; 0,4)$. Приблизённо найдите $P(X < 75)$ с поправкой на непрерывность.

$\mu=80$, $\sigma=\sqrt{48} \approx 6,9282$; $np=80$, $n(1-p)=120$. Непрерывная граница 74,5,
 $z=(74,5-80)/\sqrt{48} \approx -0,793857$. $P \approx \Phi(z) \approx 0,21364$, то есть около 21,36%.

Проверка: Порог ниже среднего, поэтому левый хвост меньше 1/2. Для точного результата нужна биномиальная сумма до 74.

Если ответ не совпал: Если использовали 75,5, повторите порядок перевода слов и поправки.

Задача 6

Gegeben ist $X \sim B(400; 0,25)$. Berechnen Sie näherungsweise die Wahrscheinlichkeit, dass X um höchstens 10 vom Erwartungswert abweicht.

Перевод: $X \sim B(400; 0,25)$. Приблизённо найдите вероятность отклонения от среднего не более чем на 10.

$\mu=100$, $\sigma=\sqrt{75} \approx 8,6603$. Событие $90 \leq X \leq 110$, непрерывные границы 89,5 и 110,5.
 $z=\pm 10,5/\sqrt{75} \approx \pm 1,212436$. $P \approx 2\Phi(1,212436) - 1 \approx 0,77465$, около 77,47%.

Проверка: Обе ожидаемые частоты 100 и 300 больше 10; поправка расширяет интервал до внешних полушагов.

Если ответ не совпал: Если границы сдвинуты внутрь, повторите пример 2.