

Binomialverteilung

Разбор самостоятельных задач

Открывайте после собственной попытки. Номера соответствуют листу самостоятельных задач и этому же уроку курса.

Авторский практикум курса.

Задача 1

Для $X \sim B(4; 0,5)$ найдите вероятность ровно двух успехов.

$$P = 6 \cdot 0,5^2 \cdot 0,5^2 = 6/16 = 3/8 = 0,375.$$

Проверка: У четырёх честных бросков монеты 16 равновероятных последовательностей, подходящих 6.

Если ответ не совпал: Если ответ $1/16$, повторите роль сочетаний во втором разделе.

Задача 2

Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit $X \sim B(10; 0,1)$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Erfolg.

Перевод: Для $X \sim B(10; 0,1)$ найдите вероятность хотя бы одного успеха.

$$P(X \geq 1) = 1 - 0,9^{10} \approx 0,651322 = 65,13\%.$$

Проверка: Вероятность нуля $\approx 34,87\%$, сумма 100%.

Если ответ не совпал: Если вычисляли только $P(X=1)$, повторите пример 1.

Задача 3

Для $X \sim B(5; 0,2)$ найдите $P(X \leq 1)$.

$$P(0) = 0,8^5 = 0,32768. P(1) = 5 \cdot 0,2 \cdot 0,8^4 = 0,4096. \text{ Сумма } 0,73728 = 73,728\%.$$

Проверка: Остаток $P(X \geq 2) = 0,26272$.

Если ответ не совпал: Если включили только одно значение, повторите значение höchstens.

Задача 4

Gegeben ist $X \sim B(100; 0,3)$. Bestimmen Sie den Erwartungswert $E(X)$, die Varianz und die Standardabweichung.

Перевод: Для $X \sim B(100; 0,3)$ найдите $E(X)$, дисперсию и стандартное отклонение.

$E = 100 \cdot 0,3 = 30$. $\text{Var} = 100 \cdot 0,3 \cdot 0,7 = 21$. $\sigma = \sqrt{21} \approx 4,5826$.

Проверка: Дисперсия равна квадрату σ .

Если ответ не совпал: Если $\sigma = 21$, повторите третий раздел.

Задача 5

Успех независимой попытки имеет $p = 0,25$. Найдите минимальное n для $P(X \geq 1) \geq 0,99$.

$n \geq \ln 0,01 / \ln 0,75 \approx 16,0078$, поэтому $n = 17$. При 16 вероятность $1 - 0,75^{16} \approx 0,989977 < 0,99$; при 17 $\approx 0,992483$.

Проверка: Близость 0,989977 к 0,99 не позволяет округлением признать условие выполненным.

Если ответ не совпал: Если выбран 16, повторите проверку соседнего целого в примере 2.

Задача 6

Es werden 8 Kunden unabhängig voneinander ausgewählt. Jeder Kunde besitzt ein bestimmtes Merkmal mit der Wahrscheinlichkeit 0,3. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei, aber höchstens vier Kunden dieses Merkmal besitzen.

Перевод: Независимо выбраны 8 клиентов, вероятность интересующего признака 0,3 для каждого. Найдите вероятность, что признак есть как минимум у двух, но не более чем у четырёх.

$P(2) = 28 \cdot 0,3^2 \cdot 0,7^6 = 0,29647548$; $P(3) = 56 \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^5 = 0,25412184$; $P(4) = 70 \cdot 0,3^4 \cdot 0,7^4 = 0,13613670$. Сумма $0,68673402 \approx 68,67\%$.

Проверка: Альтернатива: $P(X \leq 4) - P(X \leq 1)$.

Если ответ не совпал: Если исключили 2 или 4, повторите перевод mindestens и höchstens.