

Wahrscheinlichkeit und Baumdiagramm

Разбор самостоятельных задач

Открывайте после собственной попытки. Номера соответствуют листу самостоятельных задач и этому же уроку курса.

Авторский практикум курса.

Задача 1

Честный шестигранный кубик бросают один раз. A — чётное число, B — число больше 4. Найдите $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$.

$A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{5, 6\}$. $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/3$, $P(A \cap B) = 1/6$. Объединение $\{2, 4, 5, 6\}$, вероятность $2/3$.

Проверка: $1/2 + 1/3 - 1/6 = 2/3$.

Если ответ не совпал: Если просто сложили две вероятности, повторите первый раздел.

Задача 2

Zwei Geräte funktionieren unabhängig voneinander mit den Wahrscheinlichkeiten 0,9 und 0,8. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide funktionieren, und die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eines funktioniert.

Перевод: Два независимых устройства работают с вероятностями 0,9 и 0,8. Найдите вероятность, что работают оба и что работает хотя бы одно.

Оба работают: $0,9 \cdot 0,8 = 0,72$. Оба отказали: $0,1 \cdot 0,2 = 0,02$. Хотя бы одно работает: $1 - 0,02 = 0,98$.

Проверка: Вероятность хотя бы одного не меньше вероятности каждого отдельно.

Если ответ не совпал: Если сложили 0,9 и 0,8 без пересечения, повторите первый раздел.

Задача 3

В коробке 4 белых и 6 чёрных шаров. Берут два без возвращения. Найдите вероятность двух белых.

$P = (4/10)(3/9) = 2/15 \approx 13,33\%$.

Проверка: $C(4,2)/C(10,2) = 6/45 = 2/15$.

Если ответ не совпал: Если второй множитель $4/10$, повторите пример 2.

Задача 4

Werk A stellt 70% der Erzeugnisse her; davon sind 2% fehlerhaft. Werk B stellt 30% her; davon sind 5% fehlerhaft. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Erzeugnis fehlerhaft ist.

Перевод: Завод А производит 70% изделий с браком 2%, завод В — 30% с браком 5%. Найдите вероятность брака случайного изделия.

$$P(D)=0,7\cdot0,02+0,3\cdot0,05=0,014+0,015=0,029=2,9\%.$$

Проверка: Результат между 2% и 5%, поскольку это взвешенная доля.

Если ответ не совпал: Если усреднили 2% и 5% поровну, повторите пример 1.

Задача 5

В условиях задачи 4 изделие оказалось бракованным. Найдите вероятность, что оно с завода В.

$$P(B|D)=P(B\cap D)/P(D)=0,015/0,029=15/29\approx51,72\%.$$

Проверка: Доля А среди брака 14/29, сумма равна 1.

Если ответ не совпал: Если ответ 5%, повторите «Обратное условие».

Задача 6

Aus einer Urne mit 5 roten und 3 blauen Kugeln werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide dieselbe Farbe haben. Berechnen Sie außerdem die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass beide rot sind, wenn bekannt ist, dass sie dieselbe Farbe haben.

Перевод: Из 5 красных и 3 синих шаров берут два без возвращения. Найдите вероятность одинаковых цветов и условную вероятность двух красных, если известно, что цвета одинаковы.

$$P(KK)=(5/8)(4/7)=20/56, P(CC)=(3/8)(2/7)=6/56. P(\text{одинаковые})=26/56=13/28. \text{Условная вероятность } KK \text{ равна } (20/56)/(26/56)=10/13\approx76,92\%.$$

Проверка: Условная доля $CC=3/13$; вместе 1.

Если ответ не совпал: Если забыли синий путь в знаменателе, повторите пример 1.