

Grundstück & Viereck

Разбор самостоятельных задач

Открывайте после собственной попытки. Номера соответствуют листу самостоятельных задач и этому же уроку курса.

Учебная формулировка архивной задачи и дополнительная аналогичная задача.

Основная задача

Ein Grundstück hat die Eckpunkte A, B, C, D in dieser Reihenfolge. Gegeben sind $AB=217$ m, $BC=230$ m, $DA=87$ m, $\angle BCA=50^\circ$ und $\angle CAD=35^\circ$. In der erhaltenen ursprünglichen Angabe fehlen eine Skizze und eine Aussage zur Konvexität. Nehmen Sie für den ersten Teil dieser Lernfassung zusätzlich an, dass ABCD konvex ist, und berechnen Sie den Flächeninhalt und den Umfang. Erklären Sie anschließend, warum ohne diese Zusatzannahme keine eindeutige Lösung garantiert ist.

Перевод: Земельный участок имеет вершины A,B,C,D по порядку, $AB=217$ м, $BC=230$ м, $DA=87$ м, $\angle BCA=50^\circ$, $\angle CAD=35^\circ$. В сохранившемся исходном условии выпуклость и схема не заданы. Для основной учебной части дополнительно примите, что ABCD выпуклый, и найдите площадь и периметр. Затем объясните, почему без этого предположения нельзя гарантировать единственный ответ.

Диагональ AC делит выпуклую фигуру на два треугольника. В ABC сторона AB лежит напротив известного угла 50° , поэтому закон синусов даёт $\sin \angle BAC = 230 \sin 50^\circ / 217$. Ему соответствуют углы $\angle BAC \approx 54,2856^\circ$ и $125,7144^\circ$. Тогда углы ABC равны соответственно $75,7144^\circ$ и $4,2856^\circ$, а диагонали $AC \approx 274,51398$ м и $21,16832$ м.

Для выпуклого четырёхугольника подходит первая ветвь. Если собрать треугольники по разные стороны AC со второй ветвью, сумма углов при C превысит 180° , и фигура окажется вогнутой. В треугольнике ACD для первой ветви известны AC, $AD=87$ м и угол 35° между ними. Закон косинусов даёт $CD = \sqrt{AC^2 + 87^2 - 2AC \cdot 87 \cos 35^\circ} \approx 209,28395$ м.

Площади треугольников равны $F_{ABC} \approx 24183,34$ м² и $F_{ACD} \approx 6849,28$ м². При внутренней диагонали они складываются: $F \approx 31032,62$ м². Складывая четыре внешние стороны, получаем $U \approx 743,28$ м; диагональ в периметр не входит.

Без предположения о выпуклости единственности нет. С первой ветвью можно получить вогнутую фигуру, для которой площади вычитаются: $F \approx 17334,06$ м² при том же U. Вторая ветвь тоже допускает другую простую вогнутую конфигурацию: $F \approx 2392,99$ м², $U \approx 604,71$ м. Поэтому исходные длины и углы сами по себе не задают одну фигуру.

Проверка: Сверьте контрольные точки в уроке.

Аналогичная задача

Выпуклый ABCD: $AB=12$ м, $BC=5$ м, $\angle ABC=90^\circ$, $AD=10$ м, $\angle CAD=60^\circ$. В и D по разные стороны AC. Найдите AC, CD, F, U.

$AC=13$ м. $CD^2=169+100-130=139$, $CD=\sqrt{139}\approx 11,79$ м. $F=30+13\cdot 10\sin 60^\circ/2=30+65\sqrt{3}/2\approx 86,29$ м².

$U=12+5+10+\sqrt{139}\approx 38,79$ м.

Проверка: $AC=13$ — диагональ, а не сторона периметра; оба треугольника лежат внутри по условию.

Если ответ не совпал: Если ответ неоднозначен, проверьте, что использованы данные прямого угла и выпуклости.