

Tangente, Normale und Winkel

Разбор самостоятельных задач

Открывайте после собственной попытки. Номера соответствуют листу самостоятельных задач и этому же уроку курса.

Авторский практикум курса.

Задача 1

Найдите касательную к $f=x^2+1$ при $x_0=2$.

$P=(2|5)$, $m=4$. $y-5=4(x-2)$, значит $y=4x-3$.

Проверка: При $x=2$ обе функции дают 5.

Если ответ не совпал: Если записали $y=4x+5$, повторите «Точка и наклон нужны вместе».

Задача 2

Bestimmen Sie die Gleichung der Normalen an den Graphen von $f(x)=x^3$ an der Stelle $x_0=1$.

Перевод: Найдите нормаль к $f=x^3$ при $x_0=1$.

$P=(1|1)$, $m=3$. $m_n=-1/3$; $y-1=-(x-1)/3$. Ответ $y=-x/3+4/3$.

Проверка: $3 \cdot (-1/3)=-1$ и точка $(1|1)$ подходит.

Если ответ не совпал: Если только поменяли знак, повторите пример 1.

Задача 3

Для $f=(x-2)^2+3$ найдите касательную и нормаль в вершине.

Вершина $(2|3)$, $f'=2(x-2)$, $m=0$. Касательная $y=3$; нормаль $x=2$.

Проверка: Горизонтальная и вертикальная прямые перпендикулярны.

Если ответ не совпал: При делении на ноль повторите «Нормаль и особые случаи».

Задача 4

Bestimmen Sie den Steigungswinkel der Geraden $y=-\sqrt{3}x+2$ im Intervall $[0^\circ, 180^\circ)$.

Перевод: Найдите угол наклона прямой $y=-\sqrt{3}x+2$ в интервале $[0^\circ, 180^\circ)$.

$\arctan(-\sqrt{3})=-60^\circ$. Добавляем 180° , получаем $\alpha=120^\circ$.

Проверка: $\tan 120^\circ=-\sqrt{3}$.

Если ответ не совпал: Если ответ -60° или 60° , перечитайте «Какой угол спрашивается».

Задача 5

Найдите все касательные к $f=x^2$, проходящие через $Q(0|-1)$.

Касательная в u : $y=2ux-u^2$. Для Q : $-1=-u^2$, значит $u=\pm 1$. Прямые $y=2x-1$ и $y=-2x-1$.

Проверка: Обе проходят через Q ; наклоны равны $f'(1)=2$ и $f'(-1)=-2$.

Если ответ не совпал: Если найден только один ответ, повторите квадратное уравнение для u .

Задача 6

Die Graphen von $f(x)=x^2$ und $g(x)=2-x^2$ schneiden einander. Bestimmen Sie beide Schnittpunkte und jeweils den kleineren Schnittwinkel der Graphen.

Перевод: Графики $f=x^2$ и $g=2-x^2$ пересекаются. Найдите обе точки и меньший угол в каждой.

$2x^2=2$, $x=\pm 1$, $y=1$. В каждой точке наклоны 2 и -2 в одном из порядков. Для направлений $(1,2), (1,-2)$: $|u \cdot v|=3$, $|u||v|=5$, $\varphi=\arccos(3/5) \approx 53,13^\circ$.

Проверка: Симметрия относительно оси y даёт одинаковые углы.

Если ответ не совпал: Если сравнили высоты вместо наклонов, повторите пример 2.