Umkehraufgaben: восстановление функции

Разбор самостоятельных задач

Открывайте после собственной попытки. Номера соответствуют листу самостоятельных задач и этому же уроку курса.

Авторский практикум курса.

Задача 1

Der Graph einer linearen Funktion verläuft durch die Punkte (0|−2) und (3|7). Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

Перевод: Линейная функция проходит через (0|−2) и (3|7). Найдите уравнение.

$f=mx+b$. Из первой точки $b=-2$. Из второй $3m-2=7$, значит $m=3$. Ответ $f(x)=3x-2$.

Проверка: $f(3)=9-2=7$.

Если ответ не совпал: Если перепутали x и y, повторите раздел «Словарь условий».

Задача 2

Eine Polynomfunktion zweiten Grades hat die Nullstellen 1 und 3. Außerdem gilt $f(0)=6$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

Перевод: Квадратная функция имеет нули 1 и 3 и удовлетворяет $f(0)=6$. Найдите её.

Из $f(0)=3a=6$ получаем $a=2$. Раскрытие даёт $f=2x^2-8x+6$.

Проверка: При $x=1$ и 3 один из множителей равен нулю.

Если ответ не совпал: Если потеряли коэффициент масштаба, повторите пример 1.

Задача 3

Eine Parabel hat den Scheitelpunkt T(2|−1) und verläuft durch den Punkt (0|7). Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

Перевод: Найдите параболу с вершиной T(2|−1), проходящую через (0|7).

$7=4a-1$, поэтому $a=2$. $f=2(x-2)^2-1=2x^2-8x+7$. $f'=4x-8$; в точке 2 наклон нулевой.

Проверка: $f''=4>0$: вершина является минимумом.

Если ответ не совпал: Если использовали только координаты вершины, повторите два условия для T.

Задача 4

Der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades f hat den Wendepunkt W(0|2). Er verläuft durch den Punkt (1|4) und hat dort die Steigung 6. Bestimmen Sie f.

Перевод: Кубическая f имеет W(0|2), проходит через (1|4) и имеет там наклон 6. Найдите f.

d=2, b=0. Условия a+c=2 и 3a+c=6 дают a=2, c=0. Поэтому $f=2x^3+2$. $f''=12x$ меняет знак при 0.

Проверка: f(1)=4 и f′(1)=6.

Если ответ не совпал: Если наклон превратили в значение функции, повторите «Словарь условий» и пример 2.

Задача 5

Der Graph der Funktion $f(x)=ax^2+bx+c$ berührt die Gerade $y=2x-1$ an der Stelle $x=1$ und verläuft durch den Punkt (0|3). Bestimmen Sie f.

Перевод: Парабола $f(x)=ax^2+bx+c$ касается прямой $y=2x-1$ при $x=1$ и проходит через (0|3). Найдите f.

c=3. Высота прямой при 1 равна 1, поэтому a+b+3=1. Условие наклона: 2a+b=2. Из a+b=−2 получаем a=4, b=−6. $f=4x^2-6x+3$.

Проверка: $f-(2x-1)=4(x-1)^2$: общая точка имеет кратность два.

Если ответ не совпал: Если записано одно условие касания, снова выполните первый шаг задачи 5.

Задача 6

Reichen die Bedingungen f(0)=1 und f(1)=2 aus, um eine Polynomfunktion zweiten Grades eindeutig zu bestimmen? Geben Sie zwei verschiedene passende Funktionen an.

Перевод: Достаточно ли f(0)=1 и f(1)=2 для единственной квадратной функции? Дайте два разных примера.

c=1 и a+b=1, значит $f=ax^2+(1-a)x+1$ при $a\neq0$. Например, a=1 даёт x^2+1; a=2 даёт $2x^2-x+1$. Обе функции подходят, единственности нет.

Проверка: Подставьте 0 и 1 в оба примера.

Если ответ не совпал: Если выбрали один ответ без обоснования, повторите «Независимость и проверка».